


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Нижегородский государственный технический университет  
им. Р.Е. Алексеева» (НГТУ)

Дзержинский политехнический институт (филиал)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института:

 А.М. Петровский  
« 19 » июня 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.Б.15 Дифференциальные уравнения**

(индекс и наименование дисциплины по учебному плану)

для подготовки бакалавров

Направление подготовки: 01.03.04 Прикладная математика

Направленность: Математические и компьютерные методы для современных технологий

Форма обучения: очная

Год начала подготовки 2021

Выпускающая кафедра Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы

Кафедра-разработчик Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы

Объем дисциплины 360/10  
часов/з.е

Промежуточная аттестация экзамен

Разработчик: к.ф.-м.н., доцент Лобаев А.Н.

«19» 06 2021г.

Рабочая программа дисциплины: разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО 3++) по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РФ от 10 января 2018 года № 11 на основании учебного плана, принятого УС ДПИ НГТУ

протокол от 25.06.21 № 10

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры-разработчика РПД Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы  
протокол от 22.06.21 № 8

Зав. кафедрой к.т.н, доцент

Л.Ю. Вадова  
(подпись) Л.Ю. Вадова

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий выпускающей кафедрой Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы  
к.т.н, доцент

Л.Ю. Вадова  
(подпись) Л.Ю. Вадова

Начальник ОУМБО

И.В. Старикова  
(подпись) И.В. Старикова

Рабочая программа зарегистрирована в ОУМБО:

Б 1.6.15 / 210М

«29» 06 2021 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины .....	4
1.1. Цель освоения дисциплины.....	4
1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) .....	4
4. Структура и содержание дисциплины.....	6
4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ по семестрам.....	6
4.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам .....	6
5. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины.....	13
5.1. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности .....	13
5.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания.....	15
6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	18
6.1. Учебная литература .....	18
6.2. Методические указания, рекомендации и другие материалы к занятиям .....	19
7. Информационное обеспечение дисциплины.....	19
7.1. Перечень информационных справочных систем .....	20
7.2. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства необходимого для освоения дисциплины.....	20
8. Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ.....	21
9. Материально-техническое обеспечение, необходимое для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	21
10. Методические рекомендации обучающимся по освоению дисциплины.....	22
10.1. Общие методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины, образовательные технологии .....	22
10.2. Методические указания для занятий лекционного типа .....	23
10.3. Методические указания по освоению дисциплины на практических занятиях .....	23
10.4. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся .....	24
11. Оценочные средства для контроля освоения дисциплины.....	24
11.1. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и (или) опыта в ходе текущего контроля успеваемости.....	24
11.1.1. Типовые задания для контрольных работ .....	24
11.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе промежуточной аттестации по дисциплине .....	26

## 1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1.1. Цель освоения дисциплины:

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются: – формирование систематических знаний о современных методах теории дифференциальных уравнений, её месте и роли в системе математических наук; расширение и углубление понятий: дифференциальное уравнение, частное решение, общее решение, существование решения, единственность решения, интегральная кривая, задача Коши; развитие абстрактного мышления, пространственных представлений, вычислительной, алгоритмической и общей математической культуры.

### 1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля):

Задачами освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются: формирование методов интегрирования основных типов дифференциальных уравнений первого и более высоких порядков; исследование устойчивости автономной динамической системы; применение дифференциальных уравнений для постановки и решения конкретных прикладных задач.

## 2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Учебная дисциплина Дифференциальные уравнения включена в обязательный перечень дисциплин обязательной части образовательной программы вне зависимости от ее направленности (профиля). Дисциплина реализуется в соответствии с требованиями ФГОС, ОП ВО и УП, по данному направлению подготовки.

Дисциплина базируется на следующих дисциплинах: Математический анализ, Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Физика, Дискретная математика.

Дисциплина Дифференциальные уравнения является основополагающей для изучения следующих дисциплин: Уравнение математической физики, Классическая механика, Математическое моделирование, Теория управления, Численные методы.

Рабочая программа дисциплины Дифференциальные уравнения для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся, по их личному заявлению.

## 3 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Таблица 1 – Формирование компетенции **ОПК-1** дисциплинами

Наименование дисциплин, формирующих компетенцию совместно	Семестры формирования компетенций дисциплинами							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Код компетенции ОПК-1								
Линейная алгебра и аналитическая геометрия								
Математический анализ								
Физика								
Дифференциальные уравнения								
Операционное исчисление								
Теория функций комплексного переменного								
Классическая механика								
Уравнения математической физики								
Теория управления								
Выполнение и защита выпускной квалификационной работы								

ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП

Таблица 2

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине			Оценочные средства	
					Текущего контроля	Промежуточной аттестации
<b>ОПК-1.</b> Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	<b>ИОПК-1.2.</b> Применяет методы математического анализа теории дифференциальных уравнений и операционного исчисления при решении задач инженерной практики	<b>Знать:</b> основные понятия и положения теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории устойчивости; основные типы дифференциальных уравнений, их специфику и методы их аналитического решения; схему построения общего решения для однородных и неоднородных уравнений и систем; основные понятия теории устойчивости решений дифференциальных уравнений; асимптотической устойчивости и неустойчивости.	<b>Уметь:</b> применять дифференциальные уравнения для постановки и решения конкретных прикладных задач; владеть методами интегрирования основных типов дифференциальных уравнений первого и более высоких порядков; исследовать устойчивость автономной динамической системы по первому приближению, определять тип особых точек на фазовой плоскости.	<b>Владеть:</b> стандартными методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории устойчивости и их применением к решению прикладных задач.	выполнение 2 контрольных работ (по 10 вариантов в каждой контрольной работе)	Вопросы для устного собеседования: билеты (20 билетов)

## 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 10 зач.ед./360 часа, распределение часов по видам работ семестрам представлено в табл. 3.

Таблица 3 – Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам  
Для очного обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		3	4
<b>1. Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего), в том числе:</b>	144	72	72
<b>1.1. Аудиторные занятия (всего), в том числе:</b>	136	68	68
- лекции (Л)	68	34	34
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия (ПЗ)	68	34	34
- практикумы (П)			
<b>1.2. Внеаудиторные занятия (всего), в том числе:</b>	8	4	4
- групповые консультации по дисциплине	4	2	2
- групповые консультации по промежуточной аттестации (экзамен)	4	2	2
<b>2. Самостоятельная работа студента (СРС) (всего)</b>	126	54	72
<b>Вид промежуточной аттестации экзамен</b>	90	54	36
<b>Общая трудоемкость, часы/зачетные единицы</b>	360/10	180/5	180/5

### 4.2 Содержание дисциплины, структурированное по темам

Содержание дисциплины, структурированное по темам, приведено в таблице 4.

В столбце «Вид СР» введены следующие сокращения:

«**Лекции**» – предполагает изучение материалов учебников и учебных пособий для подготовки к лекциям и повторение материала после прослушивания лекции для участия в обсуждениях на практических занятиях.

«**Практика**» - предполагает использование методических разработок для помощи при решении индивидуальных задач и решение задач из задачников.

## 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Таблица 4 –Содержание дисциплины, структурированное по темам для обучающихся очной формы обучения

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные	Практические занятия, час					
<b>1 семестр</b>									
<b>ОПК-1, ИОПК-1.2.</b>	<b>Раздел 1 Дифференциальные уравнения первого порядка</b>								
	Тема 1.1 . Примеры возникновения дифференциальных уравнений. Задачи анализа и геометрии.	2		2	3	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.11-24) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 247-258)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	Тема 1.2 Порядок дифференциального уравнения. Общее, частное и особое решение, задача Коши.	2		2	3				
	Тема 1.3 Нахождения решений, подозрительных на особое, дискриминантные кривые и особые решения.	2		2	5	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.24-40) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 247-258)			
	Тема 1.4 Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.	4		2	3	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.24-40) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 247-258)			
	Тема 1.5 Однородные уравнения 1-го порядка и их решение. Уравнения, приводящиеся к однородному	2		2	5	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.40-47) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 247-258)			

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные	Практические занятия, час					
<b>Тема 1.6</b> Линейные уравнения, методы Лагранжа и Бернулли.	2		4	3	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.40-47) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 258-260)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски			
<b>Тема1.7</b> Уравнения Бернулли и Риккати, методы их решения.	2		2	3	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.24-40) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 258-260)				
<b>Тема1.8</b> Уравнение в полных дифференциалах, интегрирующий множитель	2		2	3	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.47-59) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 258-260)				
<b>Тема1.9</b> Огибающая семейства кривых и ее уравнения, особые решения дифференциального уравнения	2		2	3	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.47-59) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 258-260)				
<b>Тема1.10</b> Постановка задачи Коши. Методы интегрирования, неполные уравнения, общий метод введения параметра	2		2	3	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.47-59) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 258-260)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски			
<b>Тема1.11</b> Уравнения Лагранжа и Клеро, особые решения.	2		2	3	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.47-59) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 258-260)				
<b>Итого по разделу 1</b>	24		24	37					
<b>Раздел 2 Дифференциальные уравнения высших порядков.</b>									
<b>Тема 2.1</b> Задача Коши. Общий интеграл и общее решение.	2		1	4	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.57-60) 6.1.2(стр.88-140) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 258-260)	Разбор решения конкретных			



Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные	Практические занятия, час					
	Понижение порядка уравнения с помощью первых интегралов.					примеров с помощью презентации и у доски			
	<b>Тема 2.2</b> Дифференциальные многочлены и общий метод решения уравнений с постоянными коэффициентами	2		2	4	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр. 57-60), 6.1.2(стр.47-71) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 265-270)			
	<b>Тема 2.3</b> Линейные однородные уравнения порядка n с постоянными коэффициентами	2		3	2	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр. 57-60), 6.1.2(стр.47-71) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 265-270)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	<b>Тема 2.4</b> Линейные неоднородные уравнения порядка n с постоянными коэффициентами	4		4	7	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр. 57-60), 6.1.2(стр.47-71) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр. 265-270)			
	<b>Итого по разделу 2</b>	10		10	17				
	<b>Итого за первый семестр</b>	34		34	54				
	<b>2 семестр</b>								
	<b>Раздел 3</b> Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами								
	<b>Тема 3.1</b> Нормальные линейные системы с постоянными коэффициентами. Общие понятия и метод исключения	2		2	8	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.60-63), 6.1.2(стр.47-71, 162-184) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр.270-272)	Разбор решения конкретных примеров с		

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные	Практические занятия, час					
							помощью презентации и у доски		
	<b>Тема 3.2</b> Общее решение нормальной линейной системы с постоянными коэффициентами	4		4	8	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.60-63), 6.1.2(стр.47-71, 162-184) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр.270-272)			
	<b>Тема 3.3</b> Решение нормальных линейных систем с постоянными коэффициентами с помощью матричной экспоненты	4		4	10	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.60-63), 6.1.2(стр.47-71, 162-184) <b>Практика:</b> 6.1.5(стр.270-272)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	<b>Итого по разделу 3</b>	10		10	26				
	<b>Раздел 4 Линейные дифференциальные уравнения порядка n с переменными коэффициентами.</b>								
	<b>Тема 4.1</b> Общие свойства. Линейные однородные уравнения порядка n.	4		4	10	<b>Лекции:</b> 6.1.2(стр.185-207) <b>Практика:</b> 6.1.3(стр.62-71)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные	Практические занятия, час					
	<b>Тема 4.2</b> Линейные неоднородные уравнения порядка $n$ .	4		4	10	<b>Лекции:</b> 6.1.2(стр.185-207) <b>Практика:</b> 6.1.3(стр.62-71)			
	<b>Тема 4.3</b> Граничные задачи.	4		4	8	<b>Лекции:</b> 6.1.2(стр.185-207) <b>Практика:</b> 6.1.3(стр.62-71)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	<b>Тема 4.4</b> Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов	4		4	8	<b>Лекции:</b> 6.1.2(стр.185-207) <b>Практика:</b> 6.1.3(стр.62-71)			
	<b>Итого по разделу 4</b>	16		16	36				
	<b>Раздел 5 Теория устойчивости.</b>								
	<b>Тема 5.1</b> Понятие об устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости, теорема Четаева о неустойчивости по Ляпунову.	2		2	3	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.134-142), 6.1.2(стр.185-207) <b>Практика:</b> 6.1.3(стр.87-104)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	<b>Тема 5.2</b> Устойчивость по первому	2		2	3	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.134-142),			

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные	Практические занятия, час					
	приближению, характеристическое уравнение, условия Рауса-Гурвица					6.1.2(стр.185-207) <b>Практика:</b> 6.1.3(стр.87-104)			
	<b>Тема 5.3</b> Типы особых точек на фазовой плоскости, построение фазового портрета консервативной системы, понятие о предельных циклах	4		4	4	<b>Лекции:</b> 6.1.1(стр.134-142), 6.1.2(стр.185-207) <b>Практика:</b> 6.1.3(стр.87-104)	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	<b>Итого по разделу 5</b>	8		8	10				
	<b>Итого за второй семестр</b>	34		34	72				
	<b>ИТОГО ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	68		68	126				

## **5 ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.**

**5.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности**

**Примерная тематика контрольных работ:**

1. Решение дифференциальных уравнений первого порядка
2. Решение дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
3. Решение систем линейных дифференциальных с постоянными коэффициентами.
4. Исследование на устойчивость решений дифференциальных уравнений.

**Пример заданий к контрольной работе**

Примеры контрольных работ приведены в разделе 11.1

**Перечень вопросов, выносимых на промежуточные аттестацию**

**Полный перечень вопросов для подготовки к экзамену за 1 семестр:**

1. Понятие дифференциального уравнения.
2. Порядок дифференциального уравнения, общее и частное решение, задача Коши.
3. Интеграл уравнения, общий интеграл.
4. Уравнение первого порядка, разрешенные относительно производной.
5. Методы нахождения решений, подозрительных на особое, дискриминантные кривые и особые решения.
6. Теоремы о непрерывной зависимости решений дифференциальных уравнений от параметров и начальных условий.
7. Дифференцируемость решений по начальным условиям и параметрам.
8. Уравнения с разделяющимися переменными.
9. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
10. Однородные уравнения 1-го порядка и уравнения приводящиеся к однородным.
11. Линейные уравнения.
12. Линейные неоднородные уравнения, методы Лагранжа и Бернулли.
13. Принцип суперпозиции для линейного уравнения.
14. Уравнения Бернулли и Риккати.
15. Уравнение в полных дифференциалах и его интегрирование.
16. Интегрирующий множитель, частные случаи его зависимости от одной переменной.
17. Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной.
18. Метод введения параметра.
19. Уравнения Лагранжа и Клеро.
20. Дифференциальные уравнения высших порядков, общее и частное решение, задача Коши.
21. Понижение порядка уравнения с помощью первых интегралов.
22. Неполные, однородные и обобщенно-однородные уравнения.
23. Уравнения не содержащие независимой переменной и уравнения приводящиеся к точным производным.
24. Линейные модели и принцип линеаризации.
25. Формула Остроградского-Лиувилля.
26. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Однородные уравнения. Понятие о линейно-зависимых и линейно-независимых функциях. Общее решение.
27. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
28. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
29. Случай действительных различных, равных и комплексных корней характеристического уравнения.

30. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.
31. Метод вариации Лагранжа нахождения частного решения линейного уравнения с произвольной правой частью.
32. Линейные уравнения  $n$ -го порядка. Фундаментальная система решений. Структура общего решения неоднородного уравнения.
33. Метод вариации Лагранжа нахождения частного решения линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с правой частью.
34. Линейные однородные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение.
35. Метод неопределенных коэффициентов. Краевые задачи.
36. Однородное и неоднородное уравнение Эйлера и его интегрирование.
37. Построение уравнения по заданной фундаментальной системе.

### **Полный перечень вопросов для подготовки к экзамену за 2 семестр:**

1. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения, задача Коши для нормальной системы, теорема существования и единственности.
2. Общее и частное решение, первый и общий интеграл, функциональная независимость интегралов.
3. Сведение нормальной системы к одному уравнению, метод исключения.
4. Симметрическая форма системы уравнений, метод интегрируемых комбинаций.
5. Системы линейных уравнений. Однородные системы, фундаментальная система решений.
6. Линейные неоднородные системы. Структура общего решения. Метод Лагранжа для отыскания частного решения неоднородной системы.
7. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Метод Эйлера построения общего решения.
8. Решение нормальных линейных систем с постоянными коэффициентами с помощью матричной экспоненты.
9. Общие свойства линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.
10. Линейные неоднородные уравнения  $n$  порядка с переменными коэффициентами
11. Граничные задачи.
12. Задача Штурма-Лиувилля.
13. Теорема Штурма.
14. Решение дифференциальных уравнений с помощью рядов.
15. Уравнение Бесселя.
16. Линейные дифференциальные уравнения с малым параметром при старшей производной.
17. Понятие устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости, теорема Четаева о неустойчивости по Ляпунову.
18. Устойчивость по первому приближению, характеристическое уравнение, условия Рауса-Гурвица.
19. Типы особых точек на фазовой плоскости, понятие грубости системы.
20. Построение фазового портрета консервативной системы.

## 5.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания

Для оценки знаний, умений, навыков и формирования компетенции по дисциплине применяется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости обучающихся очной формы.

Основные требования балльно-рейтинговой системы по дисциплине и шкала оценивания приведены в таблицах 5 - 6.

Таблица 5

### Дисциплина Дифференциальные уравнения (2курс, 1семестр)

Виды работ	Количество подвидов работы	Максимальные баллы за подвид работы		Сроки выполнения подвидов работы		Дополнительные баллы за качество	Штрафные баллы
		1	2	1	2		За нарушение сроков
Контрольные работы	2	12	12	ноябрь	декабрь	4 за 1 работу в электр. варианте	-4 за 1 работу
Выполнение домашних заданий	17	По 1 баллу за 1 работу		без предупреждения			По -2 балла за отсутствие
Посещение занятий (лекц+практ)	34	По 1 баллу за 1 занятие		еженедельно			По -1 баллу за отсутствие
Работа у доски	17	2					

Преподаватель \_\_\_\_\_ Лобаев А. Н.  
 Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Вадова Л.Ю.

Дисциплина **Дифференциальные уравнения (2курс, 4семестр)**

Виды работ	Количество подвидов работы	Максимальные баллы за подвид работы		Сроки выполнения подвидов работы		Дополнительные баллы за качество	Штрафные баллы
		1	2	1	2		За нарушение сроков
Контрольные работы	2	12	12	март	май	4 за 1 работу в электр.варианте	-4 за 1 работу
Выполнение домашних заданий	17	По 1 баллу за 1 работу		без предупреждения			По -2 балла за отсутствие
Посещение занятий (лекц+практ)	34	По 1 баллу за 1 занятие		еженедельно			По -1 баллу за отсутствие
Работа у доски	17	2					

Преподаватель \_\_\_\_\_ Лобаев А. Н.  
 Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Вадова Л.Ю.



Таблица 7 – Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения			
		Оценка «неудовлетворительно» / «не зачтено» 0-54% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено» 55-70% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «хорошо» / «зачтено» 71-85% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «отлично» / «зачтено» 86-100% от тах рейтинговой оценки контроля
<b>ОПК-1.</b> Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	<b>ИОПК-1.2.</b> Применяет методы математического анализа теории дифференциальных уравнений и операционного исчисления при решении задач инженерной практики	Изложение учебного материала бессистемное, неполное, не знает основ теории дифференциальных уравнений, не может использовать методы решения дифференциальных уравнений в рамках поставленных целей и задач, что препятствует усвоению последующего материала	Фрагментарные, поверхностные знания по основам теории дифференциальных уравнений. Изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего материала. Допускаются отдельные существенные ошибки, исправленные с помощью преподавателя. Затруднения при формулировании основных положений и их применении	Знает материал на достаточно хорошем уровне; представляет основные задачи в рамках постановки целей и выбора оптимальных способов их достижения.	Имеет глубокие знания всего материала, понимает структуру дисциплины; освоил новации лекционного курса по сравнению с учебной литературой; изложение полученных знаний полное, системное; допускаются единичные ошибки, самостоятельно исправляемые при собеседовании

Таблица 8 – Критерии оценивания

Оценка	Критерии оценивания
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает обучающийся, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает обучающийся, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает обучающийся, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает обучающийся, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Учебная литература

1. **Бугров, Я.С.** Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного: \*учебник для вузов / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - 3-е изд. ; испр. - М.: Наука, 1989. - 464с.
2. **Федорюк, М.В.** Обыкновенные дифференциальные уравнения: \*учебное пособие для вузов / М. В. Федорюк. - М.: Наука, 1980. - 352с. - (Избранные главы высшей математики для инженеров и студентов втузов).
3. **Филиппов, А.Ф.** Сборник задач по дифференциальным уравнениям: \*учебное пособие для вузов / А. Ф. Филиппов. - 8-е изд.; стереотип. - М.: Наука, 1985. - 128с.
4. **Гутер, Р.С.** Дифференциальные уравнения: \*учебное пособие для вузов / Р.С. Гутер, А.Р. Янпольский. - 2-е изд.; перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 1976. - 304с.
5. **Берман, Г.Н.** Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие для вузов / Г.Н. Берман. - 22-е изд.; перераб. - СПб.: Профессия, 2007. - 432с. - (Специалист)
6. **Матвеев, Н.М.** Дифференциальные уравнения: \*учебное пособие для вузов / Н.М. Матвеев. - М.: Просвещение, 1988. - 256с.
7. **Амелькин, В.В.** Дифференциальные уравнения в приложениях / В.В. Амелькин. - М.: Наука, 1987. - 160с.
8. **Федорюк М.В.** Обыкновенные дифференциальные уравнения; учебное пособие для вузов/М.В. Федорюк— 2-е изд., перераб. и доп.—М.: Наука, 1985.— 448 с. – Электронный ресурс. – URL: <https://docs.yandex.ru/docs/view?tm=1644304410&tld=ru&lang=ru&name=%D0%A4%D0%>
9. **Филиппов, А.Ф.** Сборник задач по дифференциальным уравнениям: учебное пособие для вузов /А.Ф. Филиппов. – Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2000. – 176 с. –

Электронный ресурс. – URL: <https://docs.yandex.ru/docs/view?tm=1644304731&tld=ru&name=FilippovDU.pdf&text>

Библиотечный фонд укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий, указанных выше на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль).

## **6.2. Методические указания, рекомендации и другие материалы к занятиям**

- 1. Степенные ряды [Текст и электронные текстовые данные]:** метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: Н.М. Богословская, А.Н. Лобаев, И.Ю. Харитоновна.– Дзержинск, 2018. – 27 с.
- 2. Устойчивость движения [Текст и электронные текстовые данные]:** метод. указания по дисциплинам «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ» для обучающихся направления подготовки 01.03.04 «Прикладная математика» очной формы обучения. В 2 ч. Ч.2. Устойчивость по первому приближению / ДПИ НГТУ; сост.: И.Ю. Харитоновна, Ю.А. Латухина. – Дзержинск, 2018. – 30 с.
- 3. Комплексные числа [Текст и электронные текстовые данные]:** метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: Н.М. Богословская, И.Ю. Харитоновна.– Дзержинск, 2018. – 19 с.
- 4. Численное интегрирование дифференциальных уравнений [Текст и электронные текстовые данные]:** метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: Н.М. Богословская, А.Ю. Латухин, И.Ю. Харитоновна–Дзержинск, 2018.– 24 с.
- 5. Устойчивость движения [Текст и электронные текстовые данные]:** метод. указания для обучающихся направления подготовки 01.03.04 «Прикладная математика» очной формы обучения. В 2 ч. Ч.1. Второй (прямой) метод Ляпунова / ДПИ НГТУ; сост.: И.Ю. Харитоновна, Ю.А. Латухина.– Дзержинск, 2018. – 23 с.
- 6. Дифференциальные уравнения 1-го порядка [Текст и электронные текстовые данные]:** метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: А.Ю. Латухин, Ю.А. Латухина.– Дзержинск, 2018. – 33 с.
- 7. Дифференциальные уравнения [Текст и электронные текстовые данные]:** метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: А.Ю. Латухин.– Дзержинск, 2018. – 25 с.
- 8. Элементы теории колебаний [Текст и электронные текстовые данные]:** #метод. указ. по дисц. "Дифференциальные уравнения" для студентов направлений подготовки бакалавров 01.03.04 - "Прикладная математика" очной формы обучения: в 2 ч. Ч. 2 / Сост. С.И. Вдовин, Ю.А. Латухина, И.Ю. Харитоновна. - Н.Новгород, 2018.
- 9. Методические рекомендации для ППС по организации самостоятельной работы студентов по дисциплине «Дифференциальные уравнения» для студентов направлении 231300 «Прикладная математика» профиля «Математическое моделирование в экономике и технике»; направления 100100 «Сервис» профиля «Информационный сервис» очной формы обучения / Сост. С.И. Вдовин. – Н.Новгород, 2013. – 14 с.**

## **7 ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Учебный процесс по дисциплине обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе

отечественного производства (состав по дисциплине определен в настоящей РПД и подлежит обновлению при необходимости).

### 7.1. Перечень информационных справочных систем

Дисциплина, относится к группе дисциплин, в рамках которых предполагается использование информационных технологий как вспомогательного инструмента.

Информационные технологии применяются в следующих направлениях: при подготовке и оформлении отчетов о лабораторных работах, выполнении заданий для самостоятельной работы.

Таблица 9 – Перечень электронных библиотечных систем

№	Наименование ЭБС	Ссылка к ЭБС
1	Консультант студента	<a href="http://www.studentlibrary.ru/">http://www.studentlibrary.ru/</a>
2	Лань	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
3	Виртуальная книжная полка НТБ НГТУ	<a href="http://cdot-nttu.ru/электронная_библиотека">http://cdot-nttu.ru/электронная_библиотека</a>
4	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	<a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>

### 7.2. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины

Таблица 10 – Программное обеспечение

№ п/п	Программное обеспечение, используемое в университете на договорной основе	Программное обеспечение свободного распространения
1	Microsoft Windows 10 (подписка MSDN 700593597, подписка DreamSparkPremium, 19.06.19)	Adobe Acrobat Reader <a href="https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html">https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html</a>
2	Microsoft office 2010 (Лицензия № 49487295 от 19.12.2011)	OpenOffice <a href="https://www.openoffice.org/ru/">https://www.openoffice.org/ru/</a>
3	Консультант Плюс	PTC Mathcad Express <a href="https://www.mathcad.com/ru">https://www.mathcad.com/ru</a>

### Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

В таблице 11 указан перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, к которым обеспечен доступ (удаленный доступ).

Таблица 11 – Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

№ п/п	Наименование профессиональной базы данных, информационно-справочной системы	Доступ к ресурсу (удаленный доступ с указанием ссылки/доступ из локальной сети университета)
1	2	3
1	База данных стандартов и регламентов РОССТАНДАРТ	<a href="https://www.gost.ru/portal/gost//home/standarts">https://www.gost.ru/portal/gost//home/standarts</a>
2	Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем	<a href="https://cyberpedia.su/21x47c0.html">https://cyberpedia.su/21x47c0.html</a>

3	Инструменты и веб-ресурсы для веб-разработки – 100+	<a href="https://techblog.sdstudio.top/blog/instrumenty-i-veb-resursy-dlia-veb-razrabotki-100-plus">https://techblog.sdstudio.top/blog/instrumenty-i-veb-resursy-dlia-veb-razrabotki-100-plus</a>
4	Справочная правовая система «КонсультантПлюс»	доступ из локальной сети

## 8 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ

В таблице 12 указан перечень образовательных ресурсов, имеющих формы, адаптированные к ограничениям их здоровья, а также сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования.

Таблица 12 – Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ

№	Перечень образовательных ресурсов, приспособленных для использования инвалидами и лицами с ОВЗ	Сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования
1	ЭБС «Консультант студента»	озвучка книг и увеличение шрифта
2	ЭБС «Лань»	специальное мобильное приложение - синтезатор речи, который воспроизводит тексты книг и меню навигации
3	ЭБС «Юрайт»	версия для слабовидящих

Согласно Федеральному Закону об образовании 273-ФЗ от 29.12.2012 г. ст. 79, п.8 "Профессиональное обучение и профессиональное образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляются на основе образовательных программ, адаптированных при необходимости для обучения указанных обучающихся". АОП разрабатывается по каждой направленности при наличии заявлений от обучающихся, являющихся инвалидами или лицами с ОВЗ и изъявивших желание об обучении по данному типу образовательных программ.

## 9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные аудитории для проведения занятий по дисциплине, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

В таблице 13 перечислены:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения;
- помещения для самостоятельной работы обучающихся, которые оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ДПИ НГТУ.

Таблица 13 – Оснащенность аудиторий и помещений для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

	Наименование аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность аудиторий помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	1433А Аудитория для лекционных и практических занятий Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49	Комплект демонстрационного оборудования: ПК, с выходом на мультимедийный проектор, на базе Intel Pentium G4560 3.5 ГГц, 4 Гб ОЗУ, монитор 20' – 1шт. Мультимедийный проектор Epson- 1 шт; Экран – 1 шт.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microsoft Windows 10 Домашняя (поставка с ПК)</li> <li>• LibreOffice 6.1.2.1. (свободное ПО)</li> <li>• Foxit Reader (свободное ПО);</li> <li>• 7-zip для Windows (свободное ПО)</li> </ul>

2	<b>1234</b> Научно-техническая библиотека ДПИ НГТУ, студенческий читальный зал; Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49	Комплект демонстрационного оборудования: ПК, с выходом на мультимедийный проектор, на базе Intel Pentium G4560 3.5 ГГц, 4 Гб ОЗУ, монитор 20' – 1 шт. Мультимедийный проектор Epson- 1 шт; Экран – 1 шт.; Набор учебно-наглядных пособий	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microsoft Windows 10 Домашняя (поставка с ПК)</li> <li>• LibreOffice 6.1.2.1. (свободное ПО)</li> <li>• Foxit Reader (свободное ПО);</li> <li>• 7-zip для Windows (свободное ПО)</li> </ul>
3	<b>1443а</b> компьютерный класс - помещение для СРС, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ПК на базе Intel Celeron 2.67 ГГц, 2 Гб ОЗУ, монитор Acer 17' – 4 шт.</li> <li>ПК подключены к сети «Интернет» и обеспечивают доступ в электронную информационно-образовательную среду университета</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Microsoft Windows 7 (подписка DreamSpark Premium)</li> <li>• Apache OpenOffice 4.1.8 (свободное ПО);</li> <li>• Mozilla Firefox (свободное ПО);</li> <li>• Adobe Acrobat Reader (свободное ПО);</li> <li>• 7-zip для Windows (свободное ПО);</li> <li>• КонсультантПлюс (ГПД № 0332100025418000079 от 21.12.2018);</li> </ul>

## **10 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **10.1. Общие методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины, образовательные технологии**

Дисциплина реализуется посредством проведения контактной работы с обучающимися (включая проведение текущего контроля успеваемости), самостоятельной работы обучающихся и промежуточной аттестации.

Контактная работа: аудиторная, внеаудиторная, а также может проводиться в электронной информационно-образовательной среде университета (далее - ЭИОС).

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- знакомство с материалами лекций и презентациями в среде MOODLE;
- проведение консультаций в конференциях Zoom;
- балльно-рейтинговая технология оценивания;

При преподавании дисциплины «Дифференциальные уравнения», используются современные образовательные технологии, позволяющие повысить активность обучающихся при освоении материала курса и предоставить им возможность эффективно реализовать часы самостоятельной работы.

Все вопросы, возникшие при самостоятельной работе над домашним заданием, подробно разбираются на практических занятиях и лекциях. Проводятся индивидуальные и групповые консультации с использованием как встреч с обучающимися, так и современных информационных технологий (электронная почта, Zoom).

Весь лекционный материал курса находится в свободном доступе системе MOODLE, что дает возможность обсудить материал со студентами во время чтения лекций. На лекциях и практических занятиях приветствуются вопросы и обсуждения, используется личностно-ориентированный подход, технология работы в малых группах, что позволяет

обучающимися проявить себя, получить навыки самостоятельного изучения материала, выровнять уровень знаний в группе.

Все вопросы, возникшие при самостоятельной работе над домашним заданием, подробно разбираются на практических занятиях и лекциях. Проводятся индивидуальные и групповые консультации с использованием как встреч с обучающимися, так и современных информационных технологий (электронная почта, ZOOM).

Иницируется активность обучающихся, поощряется задание любых вопросов по материалу, практикуется индивидуальный ответ на вопросы обучающегося, рекомендуются методы успешного самостоятельного усвоения материала в зависимости от уровня его базовой подготовки.

Для оценки знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенции применяется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости обучающихся в процессе текущего контроля.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена с учетом текущей успеваемости.

**Результат обучения считается сформированным на повышенном уровне**, если теоретическое содержание курса освоено полностью. При устных собеседованиях обучающийся исчерпывающе, последовательно, четко и логически излагает учебный материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, использует в ответе дополнительный материал. Все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, обучающийся способен анализировать полученные результаты, проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

**Результат обучения считается сформированным на пороговом уровне**, если теоретическое содержание курса в основном освоено. При устных собеседованиях обучающийся последовательно излагает учебный материал; при затруднениях способен после наводящих вопросов продолжить обсуждение, справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, требующих применения знаний; все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, обучающийся способен анализировать полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий

**Результат обучения считается несформированным**, если обучающийся при выполнении заданий не демонстрирует знаний учебного материала, допускает ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет задания, не демонстрирует необходимых умений, качество выполненных заданий не соответствует установленным требованиям, качество их выполнения оценено числом баллов ниже трех по оценочной системе, что соответствует допороговому уровню.

## **10.2. Методические указания для занятий лекционного типа**

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов тематического плана. В ходе лекционных занятий раскрываются базовые вопросы в рамках каждой темы дисциплины (таблица 4). Обозначаются ключевые аспекты тем, а также делаются акценты на наиболее сложные и важные положения изучаемого материала. Материалы лекций являются опорной основой для подготовки обучающихся к практическим занятиям и выполнения заданий самостоятельной работы, а также к мероприятиям текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

## **10.3. Методические указания по освоению дисциплины на практических занятиях**

Подготовку к каждому практическому занятию обучающийся должен начать с ознакомления с рекомендуемой литературой (таблица 4), которая отражает содержание

предложенной темы. Каждая самостоятельно выполненная работа по индивидуальному варианту подлежит проверке преподавателем.

При оценивании лабораторных работ учитывается следующее:

- качество выполнения расчетов и степень соответствия результатов работы заданным требованиям;
- целесообразность использования изученных методов;
- качество комментариев к решению.

#### **10.4. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся**

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку обучающихся к аудиторным занятиям и мероприятиям текущего контроля и промежуточной аттестации по изучаемой дисциплине. Результаты этой подготовки проявляются в активности обучающихся на занятиях и в качестве выполненных заданий для самостоятельной работы и других форм текущего контроля.

При выполнении заданий для самостоятельной работы рекомендуется проработка материалов лекций по каждой пройденной теме, а также изучение рекомендуемой литературы, представленной в Разделе 6.

В процессе самостоятельной работы при изучении дисциплины обучающиеся могут работать на компьютере в специализированных аудиториях для самостоятельной работы (таблица 13). В аудиториях имеется доступ через информационно-телекоммуникационную сеть «Интернет» к электронной информационно-образовательной среде университета (ЭИОС) и электронной библиотечной системе (ЭБС), где в электронном виде располагаются учебные и учебно-методические материалы, которые могут быть использованы для самостоятельной работы при изучении дисциплины.

### **11 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

**11.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе текущего контроля успеваемости**

Для текущего контроля знаний обучающихся по дисциплине проводится комплексная оценка знаний, включающая

- проведение контрольных работ;
- выполнение заданий для самостоятельной работы;
- экзамены 3 и 4 семестры.

#### **11.1.1. Типовые задания для контрольных работ**

##### **Контрольная работа № 1**

Решить дифференциальные уравнения:

1.  $xydx + \sqrt{1-x^2}dy = 0;$
2.  $y' = y/x + \sin(y/x);$
3.  $y' + y \operatorname{tg}x = 1/\cos x, y(0) = 0;$
4.  $y' + 4xy = 2xe^{-x^2}\sqrt{y};$
5.  $x - y - 1 + (y - x + 2)y' = 0;$
6.  $xy' - (2x + 1)y + y^2 = -x^2.$



Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной

1. Проверить, что данное уравнение является уравнением в полных дифференциалах и решить его  $e^{-y}dx - (2y + xe^{-y})dy = 0$ .
2. Найти интегрирующий множитель и решить уравнение  $y^2dx - (xy + x^3)dy = 0$
3. Найти особое решение дифференциального уравнения, если известно семейство решений этого уравнения  $y = Cx^2 - C^2$

### Контрольная работа № 2

Решить уравнения

1.  $xy'' = y' + x \sin(y'/x)$
2.  $yy'' + y = y'^2$
3.  $y'y''' = 2y''^2$
4.  $x^2(y'^2 - 2yy'') = y^2$

Линейные уравнения

1. Указать вид частного решения для данного неоднородного уравнения

$$y'' - 2y' + 5y = xe^x \cos 2x.$$

Найти общее решение:

2.  $y'' - 4y' + 3y = 3xe^{2x}$ .
3.  $x^2 y'' + x y' + y = x$ .
4.  $y'' + 9y = 9 / \cos 3x$ .

### Контрольная работа № 3

Найти решения уравнений, удовлетворяющие указанным краевым условиям.

1.  $y'' - y = 2x$ ;  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = -1$ .
2.  $x^2 y'' - 2x y' + 2y = 0$ ;  $y(x) = o(x)$  при  $x \rightarrow 0$ ,  $y(1) = 3$ .

Системы уравнений

1. Найти частное решение 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 7y \end{cases}, \quad x(0) = 1; \quad y(0) = 0.$$

2. Решить линейную неоднородную систему 
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + 4e^{5t}, \\ \dot{y} = x + 2y. \end{cases}$$

Системы линейных уравнений.

Решить системы, заданные в векторной форме:  $\dot{x} = Ax + F$ , где  $x = (x_1, x_2, \dots, x_4)^T$  –

искомый вектор-столбец;  $A$  – данная матрица;  $F$  – заданный вектор-столбец.

$$1. A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ -5e^t \sin t \end{pmatrix}.$$

#### Контрольная работа № 4

Устойчивость решений дифференциальных уравнений.

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение по первому приближению

(определить характер особой точки) 
$$\begin{cases} x' = e^{x+2y} - \cos 3x \\ y' = \sqrt{4+8x} - 2e^y \end{cases}$$

2. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  асимптотически устойчиво нулевое

решение 
$$\begin{cases} x' = x + ay + y^2 \\ y' = bx - 3y - x^2 \end{cases}$$

3. Найти все особые точки и исследовать их на устойчивость. 
$$\begin{cases} x' = (x-1)(y-1) \\ y' = xy - 2 \end{cases}$$

Найти и исследовать особые точки, построить фазовые портреты следующих динамических систем.

1. 
$$y' = \frac{2x-y}{x-y}$$

2. 
$$\begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = 4y - 6x \end{cases}$$

3. 
$$x'' + 2x' - x^2 = 0$$

4. 
$$\begin{cases} x' = (x+y)^2 - 1 \\ y' = -y^2 - x + 1 \end{cases}$$

**11.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе промежуточной аттестации по дисциплине**

##### 11.2.1. Типовые практические задания к экзамену за 1-й семестр:

Решить дифференциальные уравнения:

1. 
$$xydx + \sqrt{1-x^2}dy = 0;$$

2. 
$$y' = y/x + \sin(y/x);$$

3. 
$$y' + y \operatorname{tg} x = 1/\cos x, y(0) = 0;$$

4. 
$$y' + 4xy = 2xe^{-x^2} \sqrt{y};$$

5. 
$$x - y - 1 + (y - x + 2)y' = 0;$$

6. 
$$xy' - (2x+1)y + y^2 = -x^2.$$

Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной

1. Проверить, что данное уравнение является уравнением в полных дифференциалах и решить его  $e^{-y}dx - (2y + xe^{-y})dy = 0$ .

2. Найти интегрирующий множитель и решить уравнение  $y^2dx - (xy + x^3)dy = 0$

3. Найти особое решение дифференциального уравнения, если известно семейство решений этого уравнения  $y = Cx^2 - C^2$

Решить уравнения

1.  $xy'' = y' + x \sin(y'/x)$

2.  $yy'' + y = y'^2$

3.  $y'y''' = 2y''^2$

4.  $x^2(y'^2 - 2yy'') = y^2$

5.  $y''' = 3yy'$ ;  $y(0) = -2$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = 4,5$

Линейные уравнения

Найти общее решение:

1.  $y'' - 2y' + 5y = xe^x \cos 2x$ .

2.  $y'' - 4y' + 3y = 3xe^{2x}$ .

3.  $x^2 y'' + x y' + y = x$ .

4.  $y'' + 9y = 9 / \cos 3x$ .

### 11.2.2. Типовые практические задания к экзамену за 2-й семестр:

Найти решения уравнений, удовлетворяющие указанным краевым условиям.

1.  $y'' - y = 2x$ ;  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = -1$ .

2.  $x^2 y'' - 2x y' + 2y = 0$ ;  $y(x) = o(x)$  при  $x \rightarrow 0$ ,  $y(1) = 3$ .

### Системы уравнений

1. Найти частное решение  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 7y \end{cases}$ ,  $x(0) = 1$ ;  $y(0) = 0$ .

2. Решить линейную неоднородную систему  $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + 4e^{5t}, \\ \dot{y} = x + 2y. \end{cases}$

Найти общее решение (или общий интеграл) систем:

3.  $y' = \frac{y^2}{z-x}$ ;  $z' = y+1$ ;

4.  $\frac{dx}{x(y+z)} = \frac{dy}{z(z-y)} = \frac{dz}{y(y-z)}$ .

Системы линейных уравнений.

Решить системы, заданные в векторной форме:  $\dot{x} = Ax + F$ , где  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  – искомый вектор-столбец;  $A$  – данная матрица;  $F$  – заданный вектор-столбец.

$$1. A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ -5e^t \sin t \end{pmatrix}.$$

Устойчивость решений дифференциальных уравнений.

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение по первому приближению (определить характер особой точки)

$$\begin{cases} x' = e^{x+2y} - \cos 3x \\ y' = \sqrt{4+8x} - 2e^y \end{cases}$$

2. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  асимптотически устойчиво нулевое решение

$$\begin{cases} x' = x + ay + y^2 \\ y' = bx - 3y - x^2 \end{cases}$$

3. Найти все особые точки и исследовать их на устойчивость.

$$\begin{cases} x' = (x-1)(y-1) \\ y' = xy - 2 \end{cases}$$

4. Исследовать устойчивость нулевого решения, построив функцию Ляпунова и применив теоремы Ляпунова или Чатаева.

$$а) \begin{cases} x' = y - 3x - x^3 \\ y' = 6x - 2y \end{cases} \quad б) \begin{cases} x' = x - xy^4 \\ y' = y - x^2y^3 \end{cases}$$

5. Используя критерий Рауса-Гурвица, исследовать устойчивость нулевого решения.

$$а) y^{(4)} + 8y''' + 14y'' + 36y' + 45y = 0;$$

$$б) y^{(5)} + 2y^{(4)} + 4y''' + 6y'' + 5y' + 4y = 0.$$

6. При каких значениях параметров " $a$ " и " $b$ " нулевое решение асимптотически устойчиво.

$$y^{(4)} + ay''' + 4y'' + 2y' + by = 0.$$

7. Построить фазовый портрет консервативной динамической системы  $x'' + 2\cos x - 1 = 0$ .

8. Построить фазовый портрет динамической системы заданной в полярных

координатах и исследовать имеющиеся предельные циклы  $\frac{dr}{dt} = r \sin \frac{1}{r}, \frac{d\varphi}{dt} = 1$ .

Найти и исследовать особые точки, построить фазовые портреты следующих динамических систем.

$$1. y' = \frac{2x - y}{x - y}$$

$$2. \begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = 4y - 6x \end{cases}$$

$$3. x'' + 2x' - x^2 = 0$$

$$4. \begin{cases} x' = (x + y)^2 - 1 \\ y' = -y^2 - x + 1 \end{cases}$$